Optimisation multidimensionnelle

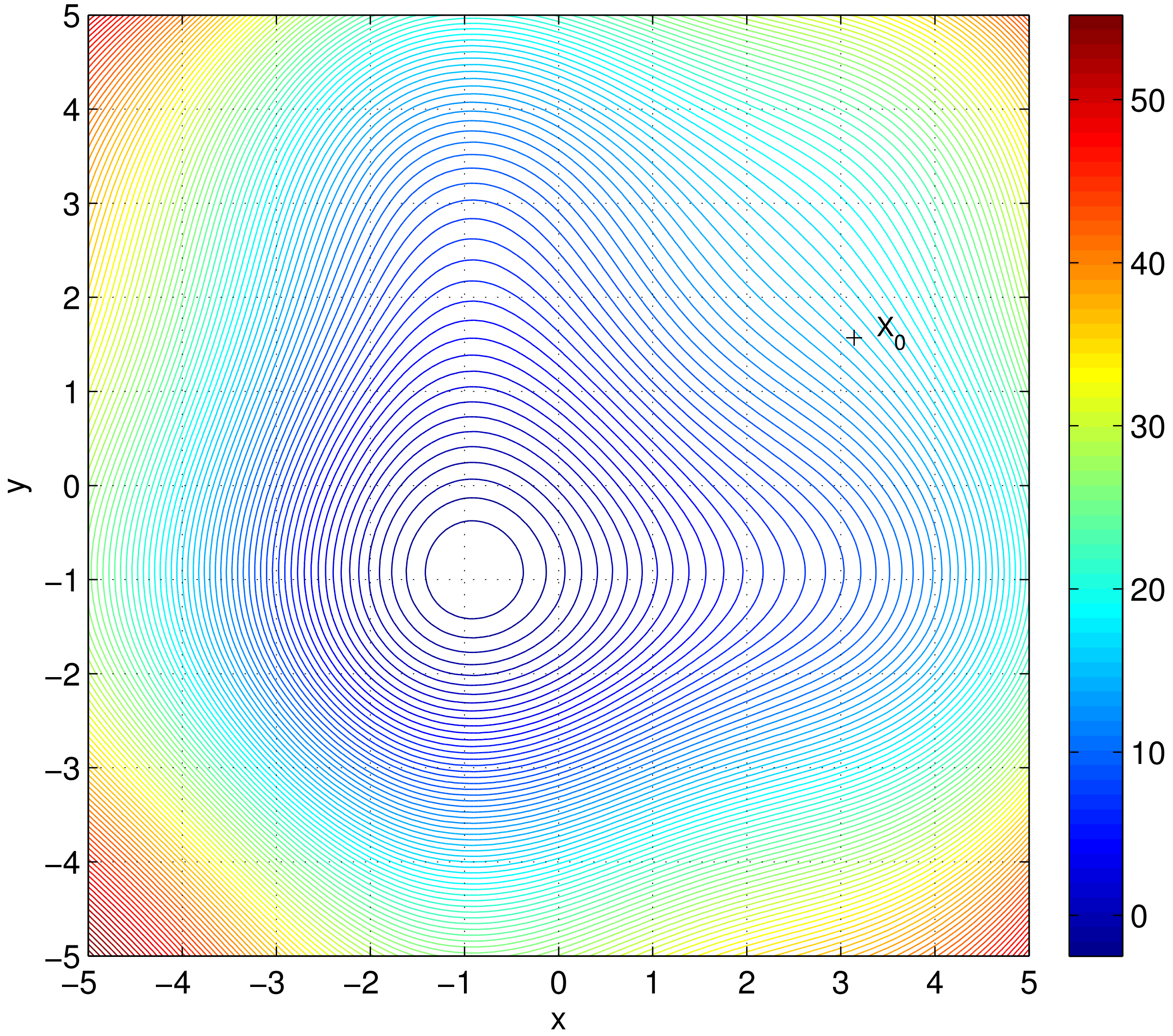
Exercice 1.

On se propose de travailler sur la minimisation de la fonction suivante :

$$f(\mathbf{x}) = f(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}) = x^2 + y^2 + 3\sin x + 3\sin y \tag{1}$$

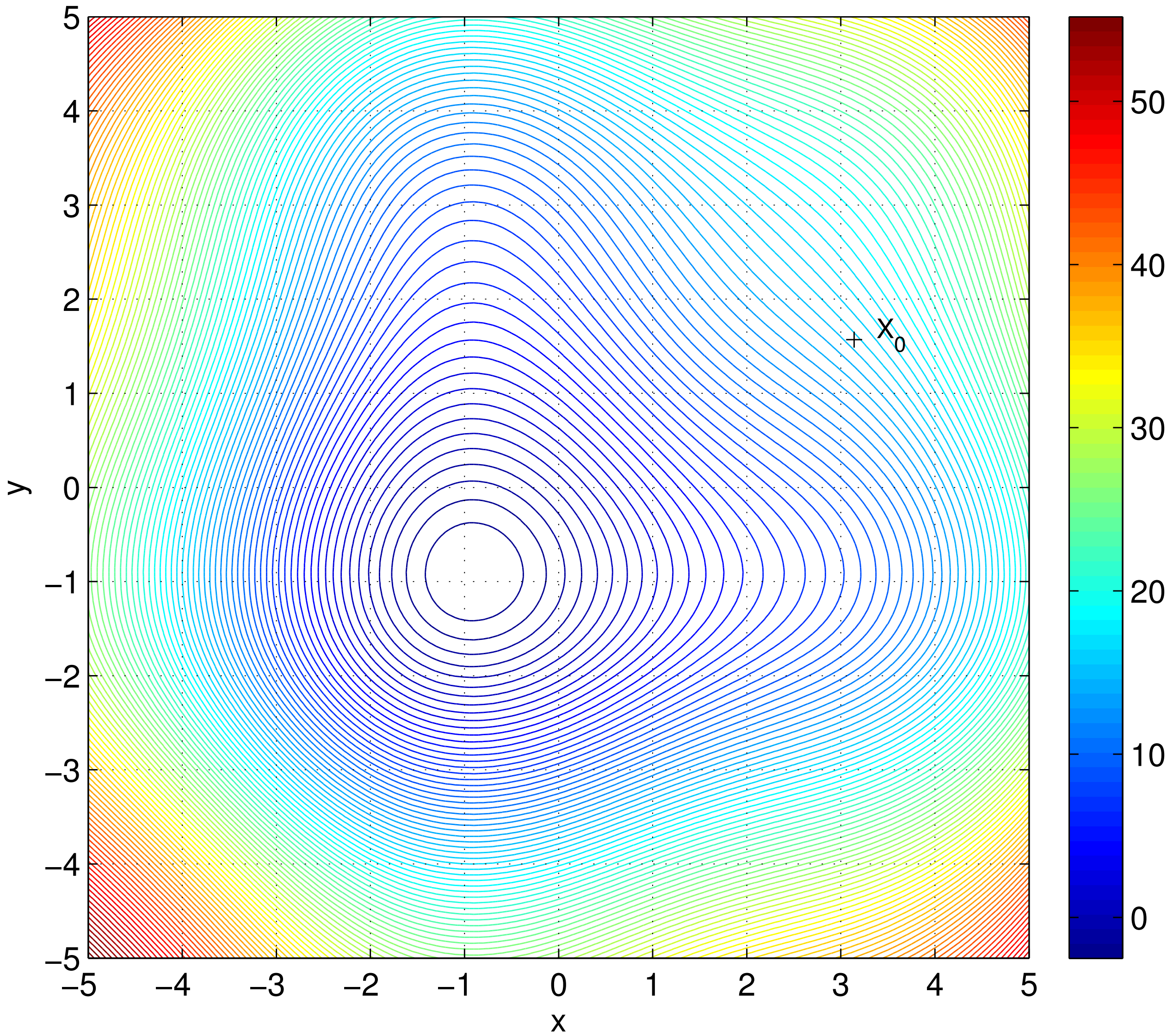
1.a. A partir du point initial $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \pi \\ \pi/2 \end{bmatrix}$*, calculez le point* $\mathbf{x}_1$ *obtenu en effectuant une itération de l'algorithme de la plus forte pente avec un pas fixe égal à* 1*. Placez ce point sur la figure ci-dessous.*

1.b. Placez sur la figure ci-dessous, sans aucun calcul, l'emplacement approximatif des trois points $\mathbf{x}_2$*,* $\mathbf{x}_3$ *et* $\mathbf{x}_4$ *que l'on obtiendrait en exécutant trois itérations supplémentaires de l'algorithme de la plus forte pente avec un pas fixe toujours égal à* 1*.*



1.c. Quelle est la fonction qu'il faudrait minimiser pour trouver le pas optimal à partir du point $\mathbf{x}_0$ *dans la direction de la plus forte pente ?*

1.d. Placez sur la seconde figure, sans calcul, l'emplacement approximatif des trois points $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ *et* $\mathbf{x}_3$ *que l'on obtiendrait en exécutant trois itérations de l'algorithme de la plus forte pente à pas optimal.*



1.e. Peut-on utiliser la méthode de Newton avec $\mathbf{x}_0$ *comme point initial ? Pourquoi ?*

1.f. Peut-on utiliser la méthode de Newton avec $\mathbf{x}'_0 = \begin{bmatrix} \pi \\ -\pi/2 \end{bmatrix}$ *comme point initial ? Pourquoi ?*

1.g. Calculez la direction de Newton à partir du point $\mathbf{x}'_0$ *et placez sur la figure l'emplacement approximatif du point* $\mathbf{x}'_1$ *que l'on obtiendrait en exécutant une itération de l'algorithme de Newton avec une recherche en ligne à pas optimal.*